

1. Gestão da Carteira

1.1. Teoria da Utilidade num Contexto de Certeza

Maria Teresa Medeiros Garcia

Introdução

Quase toda a gente detém uma carteira entendida como um conjunto de ativos.

Esta carteira contém provavelmente:

- Activos reais: automóveis, imóveis, eletrodomésticos,...

mas também

- Activos financeiros: acções, obrigações, futuros,

A composição da carteira pode ser o resultado de:

- Um conjunto de decisões ocasionais e não relacionadas, ou
- De um planeamento deliberado.

O objectivo deste capítulo é:

Discutir os princípios básicos subjacentes a uma escolha racional da carteira. Trata-se portanto de um problema de decisão.

A análise centra-se na escolha dos ativos financeiros embora grande parte da análise possa ser aplicada aos ativos reais.

Todos os problemas de decisão têm determinados elementos em comum, a saber:

1. Delineação de alternativas;
2. Seleção de critério(s) para escolher entre as várias alternativas;
3. Obtenção da solução do problema.

Uma ilustração da teoria económica da escolha num contexto de certeza é o modelo de consumo/decisão intertemporal.

Exemplo

O modelo de consumo intertemporal de dois períodos

Hipóteses

Considere-se um consumidor/investidor que receberá com certeza um rendimento de 10 000 € em cada um de dois períodos.

Assuma-se que o único investimento disponível é uma conta-poupança com um taxa de juro de 5% ao ano.

Adicionalmente o investidor pode pedir emprestado a uma taxa de juro de 5% ao ano.

Questão: Quanto deve o investidor poupar e quanto deve consumir em cada ano?

Resposta

A teoria económica da escolha propõe a resolução deste problema separando a análise em duas partes fundamentais:

1º Especificação das opções disponíveis ao investidor;

2º Especificação do critério de escolha entre as opções encontradas.

1º Obtenção do conjunto de oportunidades/ alternativas de decisão

Vejamos algumas das possibilidades ao dispor do consumidor:

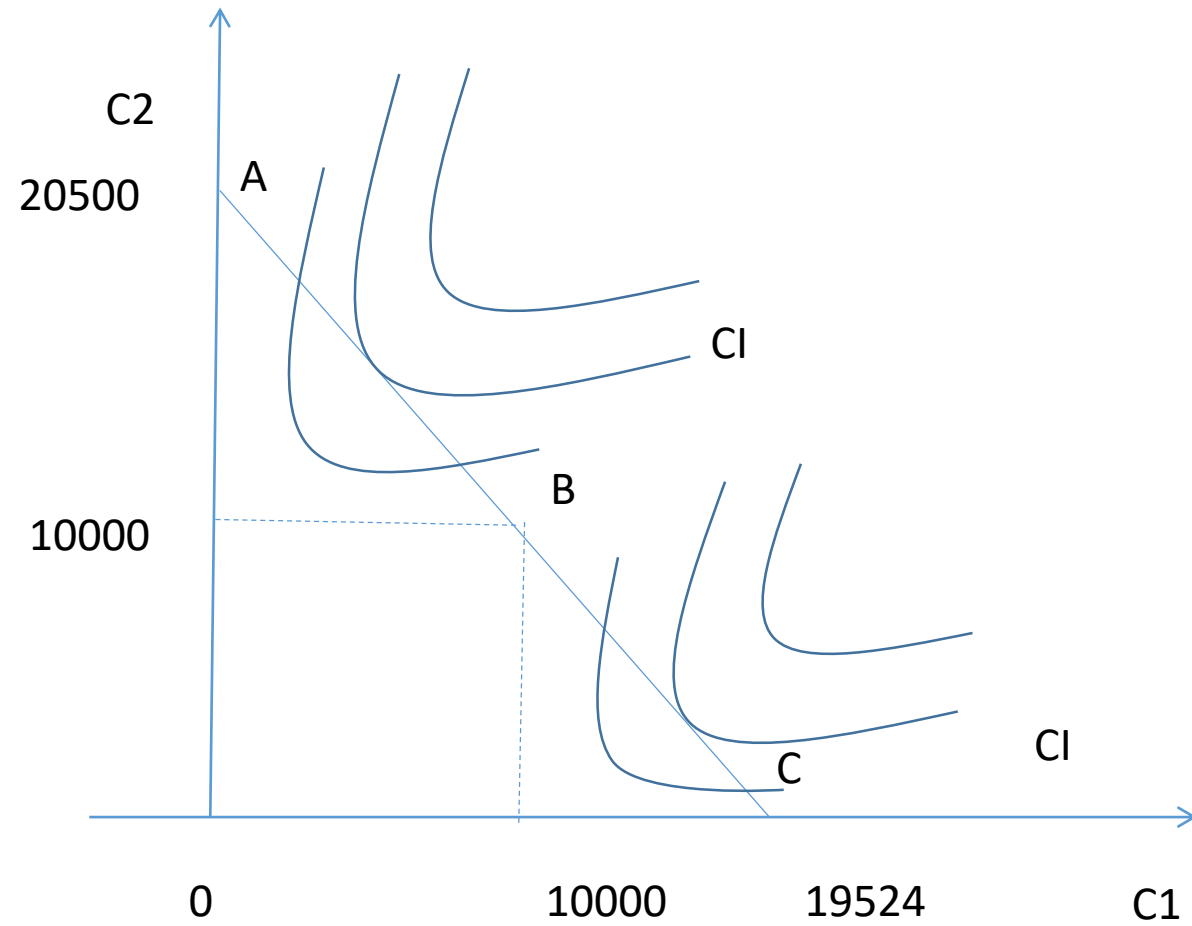
1. Nada poupar e consumir 10 000€ em cada período (ponto B na Figura);
2. Poupar todo o rendimento no período 1 e consumir tudo no período 2. No período 2, a conta-poupança vale 10 000€ acrescido de $5\% \times 10\,000\text{€}$, ou seja 10 500€. Adicionando ao rendimento do período 2, é possível obter um consumo, no período 2, de 20 500€ (ponto A na Figura);
3. Outra possibilidade é consumir tudo no presente e não se preocupar com o futuro. Isto significa um consumo de 10 000€ correspondente ao rendimento no período 1 mais o máximo que o investidor pode pedir emprestado, atendendo ao rendimento do próximo período.

Seja b o montante pedido emprestado. Então b mais o juro a pagar de b não deve exceder 10 000€ (rendimento do período 2):

$$b + 0,05xb = 10\ 000 \Leftrightarrow b = \frac{10000}{1,05} = 9524\text{€}.$$

Assim, o máximo que o investidor pode consumir no período 1 é 19 524€ (ponto C na Figura) .

Figura



Todos os padrões de consumo nos períodos 1 e 2 situar-se-ão ao longo do segmento de recta que passa pelos pontos A, B, e C.

Isto é,

$$C_2 = 10\,000 + (10\,000 - C_1) [1 + 0,05]$$

[Consumo no período 2] = [Rendimento no período 2] + [Montante poupado no período 1 capitalizado]

⇔

$$C_2 = 20\,500 - 1,05 C_1$$

$$\frac{dC_2}{dC_1} = -1,05$$

representa o quanto o investidor está disposto a abdicar de consumo no futuro para aumentar o consumo no período 1 de uma unidade.

2º Especificação do critério de escolha entre as opções encontradas

Finda a obtenção das opções disponíveis ao consumidor/investidor, este terá agora de selecionar o padrão de consumo ótimo.

A teoria económica da escolha estabelece que o consumidor/investidor escolhe o padrão de consumo ótimo de acordo com as suas preferências.

Para isso especifica uma função utilidade $U=U(C1,C2)$ a partir da qual se obtêm as curvas de indiferença (ou família de curvas de indiferença) que representam combinações de consumo presente e consumo futuro que proporcionam um mesmo nível de utilidade.

O consumidor/investidor face ao conjunto de oportunidades de consumo, deverá situar-se num ponto da recta orçamental que esteja de acordo com as suas preferências, isto é, deverá escolher a combinação de consumo presente e consumo futuro que maximize a sua utilidade.

O critério para a escolha da combinação ótima é o da maximização da utilidade.

Uma função utilidade é uma forma de atribuir um determinado valor a todas as possibilidades de consumo, de modo a que seja possível ordená-las. Quanto mais preferida for uma possibilidade de consumo, maior deverá ser o valor que lhe é atribuído.

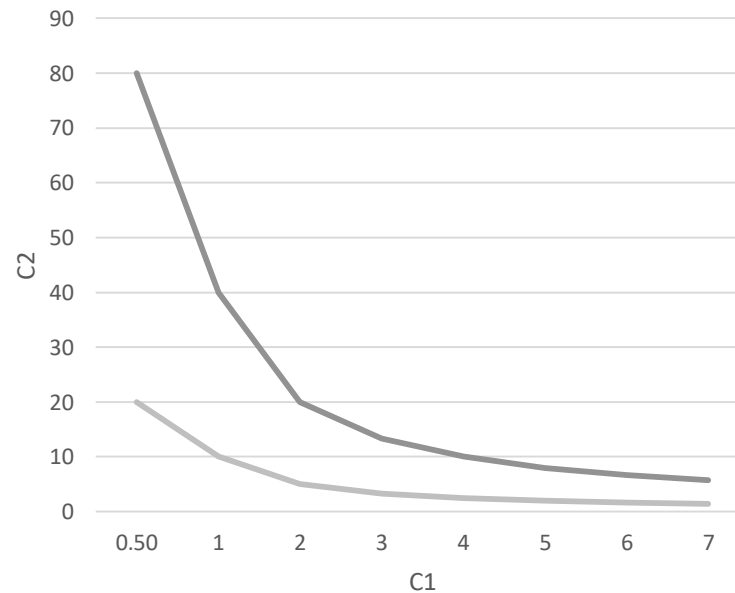
A partir de uma função utilidade é possível deduzir uma família de curvas de indiferença.

Uma curva de indiferença é, do ponto de vista geométrico, o local onde se encontram todas as combinações de consumo presente e consumo futuro que proporcionam um mesmo nível de utilidade.

Para deduzir uma curva de indiferença a partir de uma função utilidade basta fixar o nível de utilidade e resolver em ordem ao valor de um dos consumos.

Por exemplo, considerando a função utilidade $U(C1, C2) = bC1C2$, a família de curvas de indiferença é obtida a partir da seguinte igualdade, $K = bC1C2$, onde K representa o nível de utilidade fixado.

Assim, pode escrever-se $C2 = K/bC1$, podendo K variar: $K1=10$, $K2=40$,..., com $b=1$



Solução

A solução é determinada pelo ponto de tangência entre a mais alta curva de indiferença e o conjunto de oportunidades.

A decisão possível do consumidor/investidor ajuda a determinar as condições de equilíbrio do mercado:

- Se o ótimo ocorre no segmento AB ($C_1 < C_2$), então o investidor empresta dinheiro à taxa de 5%;
- Se o ótimo ocorre no ponto B ($C_1 = C_2$), então o investidor não empresta nem pede emprestado;
- Se o ótimo ocorre no segmento BC ($C_1 > C_2$), o investidor pode emprestado à taxa de 5%.

Para determinar a solução final é necessário determinar o ponto ótimo, ou seja, a combinação de consumo presente e de consumo futuro que maximiza a utilidade.

Nesse sentido, importa determinar o ponto de tangência entre o conjunto de oportunidades e a família das curvas de indiferença, sendo que a condição necessária é a igualdade entre o declive da reta que representa o conjunto de oportunidades e o declive de uma tangente à mais alta curva de indiferença:

$$\left. \frac{dC2}{dC1} \right|_{CO} = \left. \frac{dC2}{dC1} \right|_{CI}$$

A equação anterior significa que se deve verificar a igualdade entre a taxa marginal de transformação (TMT) e a taxa marginal de substituição (TMS) do consumidor.

Conclusão

Concluimos assim que dois elementos são necessários para analisar um problema de carteira:

- Um representativo das escolhas disponíveis ao investidor;
- Outro representativo dos gostos e preferências do investidor.

Se toda a gente conhecesse com certeza os rendimentos (ou as taxas de rendimento) de todos os ativos, então a estrutura apresentada poderia facilmente ser estendida a vários ativos.

Na realidade, não estão disponíveis ativos que deem origem a rendimentos certos diferentes, pois, efetivamente, nesta situação toda a gente investiria no ativo de maior rendimento e ninguém compraria o de menor rendimento.

Isto significa uma de duas possibilidades:

1. Ou há apenas uma taxa de juro disponível no mercado;
2. Ou os rendimentos não são certos.

Conclusão

Uma vez que observamos muitas taxas de juro (taxa de rendimento) diferentes, a incerteza deve desempenhar um papel importante na determinação dessas taxas.

Para lidar com a incerteza precisamos desenvolver um conjunto de oportunidades mais complexo.

Passamos assim para a tentativa de resolução do problema de escolha de ativos na presença de risco.